

Geometria de l'espai

1998 - Sèrie 2 - Qüestió 2

Donat el pla π d'equació $2x - y + 2z = 4$ i el punt $H = (1, 3, -2)$, determineu les coordenades de la projecció ortogonal de H sobre π . (Recordeu que la projecció ortogonal d'un punt H sobre un pla π és el peu de la perpendicular a π traçada des de H .)

[2 punts]

1998 - Sèrie 3 - Qüestió 2

Trobeu les equacions d'un pla paral·lel al pla d'equació $2x - 2y + z - 8 = 0$ i que dista d'aquest sis unitats. N'hi ha més d'un, de pla, que compleixi aquestes condicions?

[2 punts]

1998 - Sèrie 5 - Problema 2

Donat el pla π d'equació $x + 4y + z = 8$ i sent A , B i C els punts d'intersecció d'aquest pla amb els eixos de coordenades OX , OY i OZ , respectivament:

- Determineu les coordenades dels punts A , B i C .
- Determineu les equacions de la recta perpendicular al pla π que passa per l'origen de coordenades.
- Calculeu el volum del tetràedre determinat per $OABC$, on O és l'origen de coordenades.
- Calculeu la distància de l'origen de coordenades al pla π . Determineu l'àrea del triangle ABC (podeu utilitzar el volum calculat en l'apartat anterior).

[4 punts: 1 cada apartat]

1998 - Sèrie 6 - Qüestió 3

Sigui π el pla de l'espai que passa pel punt $(0, 0, 3)$ i que conté els vectors $\vec{u} = (1, 2, -5)$ i $\vec{v} = (2, 1, -3)$.
Sigui r la recta d'equacions:

$$\begin{cases} 4x - y + z = 0 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases}$$

- Escriu l'equació cartèsiana del pla π (equació de la forma $ax + by + cz = d$)
- Estudieu la posició relativa de r respecte a π (heu de dir si r és paral·lela a π , si està continguda en π o bé si talla π)

[2 punts. 1 punt cada apartat]

1998 - Sèrie 6 - Qüestió 4

- Sigui P un punt de l'espai, i π , un pla. Definiu el concepte de distància del punt P al pla π .
- Sigui P el punt de coordenades $(1, 1, 0)$, i π , el pla d'equació $x + y + z = 5$. Trobeu la distància de P a π .

[2 punts. 1 punt cada apartat]

1999 - Sèrie 1 - Problema 2

Donat el tetràedre de vèrtexs $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 1, 1)$, $C = (3, 0, 0)$ i $D = (0, 3, 0)$.

- Calculeu l'equació del pla que conté la cara BCD i la del pla que conté la cara ACD.
- Calculeu les equacions de dues de les altures del tetràedre, la que passa pel vèrtex A i la que passa pel vèrtex B, respectivament. (Nota: altura d'un tetràedre és la recta que passa per un vèrtex i és perpendicular al pla que determina la cara oposada.)
- Comproveu que les dues altures anteriors es tallen en un punt P.
- Comproveu si la recta que uneix qualsevol vèrtex del tetràedre amb P és perpendicular a la cara oposada (i és, per tant, una altura del tetràedre).

[2 punts]

1999 - Sèrie 2 - Qüestió 2

Considereu la recta r de l'espai d'equacions

$$\frac{x-3}{2} = y = \frac{z+1}{2}$$

Trobeu l'equació cartesiana del pla que conté r i que passa pel punt $P = (1, 1, 1)$ (equació cartesiana vol dir la de la forma $ax + by + cz = d$).

[2 punts]

1999 - Sèrie 2 - Qüestió 3

Si el rang de la matriu d'un sistema de tres equacions amb tres incògnites és 2 i el de la matriu ampliada és 3, quines interpretacions geomètriques podeu donar a aquest sistema? Doneu un exemple de sistema amb aquestes característiques i la seva interpretació geomètrica.

[2 punts]

1999 - Sèrie 2 - Problema 2

Donats els punts de l'espai $A = (2, 1, 0)$, $B = (0, 2, 0)$, $C = (-3, 0, 0)$ i $D = (0, -1, 0)$

- Són coplanaris? Formen un paral·lelogram?
- Calculeu l'àrea del polígon $ABCD$.
- Calculeu el punt simètric del punt $E = (1, 1, 2)$ respecte del pla que determinen A , B i C .
- Calculeu la distància entre la recta que passa per E i A i la recta que passa per B i C .

[4 punts]

1999 - Sèrie 5 - Qüestió 2

Donades les rectes $r_1: \begin{cases} 4x - y - z = 0 \\ 2x + y - 2z - 1 = 0 \end{cases}$ i $r_2: x = \frac{y}{3} = z$

Calculeu l'equació del pla paral·lel a les dues rectes que passa per l'origen.

[2 punts]

1999 - Sèrie 6 - Qüestió 4

Considereu les rectes $r: \frac{x-1}{2} = y = z-2$ i $s: \begin{cases} x - 2z = 5 \\ x - 2y = 11 \end{cases}$

Comproveu que aquestes dues rectes són paral·leles i calculeu l'equació del pla que les conté.

[2 punts]

2000 - Sèrie 1 - Problema 2

Donats el pla π d'equació $x + 2y + 3z - 1 = 0$, la recta r d'equacions $\begin{cases} x = 2z - 3 \\ y = z + 4 \end{cases}$ i el punt $P(2, 1, 1)$, calculeu:

- a) Unes equacions de la recta que passa per P i és perpendicular a π .
- b) L'equació del pla que passa per P i és perpendicular a la recta r .
- c) Unes equacions de la recta que passa per P i talla perpendicularment r .
- d) Unes equacions de la recta que passa per P , és paral·lela al pla π i tal que el seu vector director és perpendicular al de r .

[4 punts]

2000 - Sèrie 2 - Qüestió 3

Donats els vectors $\vec{u} = (1, -1, 4)$, $\vec{v} = (2, 1, 3)$ i $\vec{w} = (1, 0, 0)$

- a) Determineu si són vectors linealment dependents o independents.
- b) Calculeu la relació que hi ha d'haver entre els valors de a i b per tal que el vector $(a, 1, b)$ sigui combinació lineal de $\vec{u}$ i $\vec{v}$.

[2 punts]

2000 - Sèrie 2 - Problema 2

Considereu la recta

$$\left. \begin{array}{rcl} 2x - 5y - z - 3 & = & 0 \\ x - 3y - z - 2 & = & 0 \end{array} \right\}$$

i el pla $2x - y + az + 2 = 0$, on a és un paràmetre.

- Per a quin valor de a la recta i el pla són paral·lels? Quina serà llavors la distància entre el punt $P = (1, 0, -1)$ de la recta i el pla?
- Existeix algun valor de a per al qual la recta i el pla siguin perpendiculars?
- Determineu el valor de a perquè la recta i el pla formin un angle de 30° .

[4 punts]

2000 - Sèrie 3 - Problema 2

Un quadrat de l'espai té tres dels seus vèrtexs consecutius situats en els punts de coordenades enteres $P = (3, -2, 4)$, $Q = (a, -1, a+1)$ i $R = (2, -3, 0)$.

- Tenint en compte que els vectors $\overrightarrow{QP}$ i $\overrightarrow{QR}$ han de ser perpendiculars, calculeu el valor del nombre enter a .
- Calculeu l'equació del pla que conté aquest quadrat.
- Calculeu el quart vèrtex d'aquest quadrat.
- Calculeu l'àrea d'aquest quadrat.

[4 punts]

2000 - Sèrie 6 - Qüestió 3

Calculeu el peu de la recta perpendicular a la recta $(x, y, z) = (1, -1, 1) + \lambda(0, 1, 1)$ traçada des del punt $(1, 0, -1)$.

[2 punts]

2000 - Sèrie 6 - Problema 1

Considereu la recta r de l'espai que passa pel punt $P = (1, 1, 3)$ i té per vector director $v_r = (1 - a, a, 1)$. Sigui π el pla que té per equació $2x + y - z = 1$.

- Determineu per a cada valor del paràmetre a la posició relativa de la recta r respecte al pla π (paral·lela, continguda o amb un punt d'intersecció).
- Hi ha alguna de les rectes r que sigui perpendicular al pla π ?
- Calculeu la distància que hi ha entre el punt P i el pla π .

[4 punts]

2001 - Sèrie 2 - Qüestió 3

Donats els punts de l'espai $A = (2, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$ i $C = (0, 0, 3)$.

- Determineu l'equació del pla π que els conté.
- Calculeu l'equació de la recta r perpendicular al pla π i que passa per l'origen.

[2 punts]

2001 - Sèrie 4 - Qüestió 1

Determineu per a quins valors del paràmetre a el pla $\pi: ax + 2y + z = a$ és paral·lel a la recta

$$r: \begin{cases} x - ay + z = 1 \\ ax + z = a + 1 \end{cases}$$

[2 punts]

2001 - Sèrie 4 - Problema 2

Sigui π el pla d'equació $x - y + 2z = 3$ i P el punt $(1, 1, 0)$.

- Calculeu la distància d de P a π .
- Determineu l'equació de l'altre pla π' paral·lel a π que també dista d del punt P .
- Determineu l'equació de la recta r perpendicular a π que passa per P .
- Calculeu la intersecció de la recta r amb el pla π .

[4 punts]

2001 - Sèrie 5 - Problema 1

Considereu a l'espai la recta r d'equacions $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+1}{-1}$ i la recta s d'equacions $\frac{x+4}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{1}$

- Determineu el punt de tall de la recta r amb el pla $z = 0$.
- Comproveu que les rectes r i s són paral·leles i calculeu la distància entre elles.
- Quina és l'equació del pla que conté les dues rectes?
- Calculeu la distància del pla anterior a l'origen de coordenades.

[4 punts]

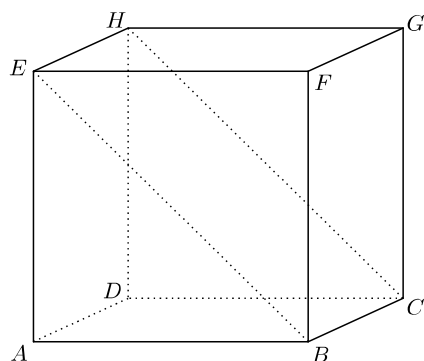
2002 - Sèrie 1 - Qüestió 3

Comproveu que la recta que passa pels punts $A = (4, 0, 0)$ i $B = (0, 2, 2)$ és paral·lela al pla d'equació $x - 3y + 5z = 2$, i calculeu la distància entre la recta i el pla.

[2 punts]

2002 - Sèrie 1 - Problema 2

Considerem el cub de vèrtexs A, B, C, D, E, F, G, H que té l'aresta de longitud 4 dm.



- Determineu l'equació del pla inclinat $EHBC$ si prenem com a origen de coordenades el vèrtex D i com a eixos de coordenades DA, DC i DH en aquest ordre, tenint en compte que el sentit positiu de cada un d'ells és el que sortint de l'origen D va cap a A, C i H , respectivament.
- Calculeu les equacions de les diagonals CE i AG i utilitzeu-les per calcular les coordenades del seu punt d'intersecció.

[4 punts]

2002 - Sèrie 2 - Qüestió 4

Calculeu l'angle que forma el pla $x - 2y + z = 1$ amb la recta determinada per les equacions
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 \end{cases}$$

[2 punts]

2002 - Sèrie 2 - Problema 1

Considereu les rectes r i s amb les equacions següents:

$$r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 2 = 0 \end{cases} \quad s: \begin{cases} y + \frac{1}{3} = 0 \\ x - 2z - 3 = 0 \end{cases}$$

- Calculeu, de cada una de les rectes, un punt i un vector director.
- Determineu si existeix cada un dels objectes següents i en cas afirmatiu calculeu la seva equació:
 - El pla paral·lel a la recta s que conté la recta r .
 - El pla perpendicular a la recta s que conté la recta r .
 - La recta perpendicular a les rectes r i s que passa per $(0, 0, 0)$.

[4 punts]

2002 - Sèrie 3 - Qüestió 3

Considereu els plans d'equacions:

$$\pi_1: x + 2y - z = 3 \quad \text{i} \quad \pi_2: ax + (a - 2)y + 2z = 4.$$

- Hi ha algun valor del paràmetre a per al qual la intersecció dels plans π_1 i π_2 no és una recta?
- Calculeu un vector director de la recta que s'obté quan es fa la intersecció de π_1 i π_2 per al valor del paràmetre $a = 0$.

[2 punts]

2002 - Sèrie 3 - Qüestió 4

Considereu la recta r d'equacions $x - 1 = \frac{y - 5}{-3} = \frac{z - 7}{-4}$. Calculeu els punts d'aquesta recta situats a una distància 3 del punt $A = (1, 0, 1)$.

[2 punts]

2003 - Sèrie 2 - Qüestió 3

Considereu el punt $P = (5, -2, 9)$ i la recta $\frac{x - 1}{-2} = \frac{y + 1}{-3} = \frac{z}{6}$.

- a) Calculeu l'equació de la recta s que talla perpendicularment r i que passa per P .
- b) Calculeu el punt de tall T entre les rectes r i s .

[2 punts]

2003 - Sèrie 3 - Qüestió 4

Considereu els punts de l'espai $A = (0, -2\alpha - 1, 4\alpha - 2)$, $B = (1, -3, 4)$, $C = (3, -5, 3)$.

- a) Comproveu que el triangle de vèrtexs A , B i C és rectangle en B per a qualsevol valor de α .
- b) Calculeu els valors de α que fan que aquest triangle sigui isòsceles.

[2 punts]

2003 - Sèrie 3 - Problema 2

Un segment d'extremes $A = (5, 3, 1)$ i $B = (4, 2, -1)$ es divideix en tres parts iguals mitjançant dos plans perpendiculars a aquest segment. Calculeu les equacions dels dos plans i la distància entre ells.

[4 punts]

2003 - Sèrie 5 - Qüestió 2

Determineu l'equació del pla que conté a la recta

$$x - 1 = \frac{y}{2} = z + 1$$

i passa per l'origen de coordenades.

[2 punts]

2004 - Sèrie 1 - Qüestió 2

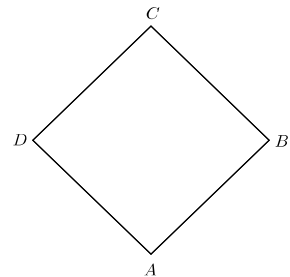
Considereu els punts de l'espai $A(0, 0, 1)$, $B(1, 1, 2)$ i $C(0, -1, -1)$.

- a) Trobeu l'equació del pla ABC .
- b) Si D és el punt de coordenades $(k, 0, 0)$, quant ha de valer k per tal que els quatre punts A, B, C i D siguin coplanaris?

[2 punts]

2004 - Sèrie 1 - Qüestió 4

Els punts $A(k-3, 2, 4)$, $B(0, k+2, 2)$ i $C(-2, 6, k+1)$ són tres dels vèrtexs d'un rombe $ABCD$ (vegeu la figura).



- a) Calculeu el valor de k .
- b) Demostreu que el rombe és un quadrat.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

2004 - Sèrie 3 - Qüestió 4

Considerem els punts de l'espai $A(1, 1, 0)$, $B(0, 1, 2)$ i $C(-1, 2, 1)$. Ens diuen que aquests tres punts formen part del conjunt de solucions d'un sistema de tres equacions lineals amb tres incògnites. Es demana:

- a) aquests punts, estan alineats?
- b) podem saber el rang de la matriu del sistema d'equacions?

Raoneu adequadament les respostes.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total 2 punts]

2004 - Sèrie 3 - Problema 6

Tenim quatre punts a l'espai: $A(0, 0, 0)$; $B(0, 0, 2)$; $C(0, 2, 0)$ i $D(2, 0, 0)$. Es demana:

- a) representeu gràficament els quatre punts;
- b) calculeu el volum del tetràedre (piràmide de base triangular) $ABCD$;
- c) trobeu l'equació del pla que passa per B, C i D ;
- d) calculeu la distància de l'origen al pla de l'apartat anterior.

[Puntuació: apartat a) 0,5 punts; apartat b) 1,5 punts; apartat c) 1 punt; apartat d) 1 punt. Total 4 punts]

2004 - Sèrie 5 - Qüestió 4

Donats els vectors $\vec{u} = (1, 2)$ i $\vec{v} = (-3, 1)$:

- comproveu que $\vec{u}$ i $\vec{v}$ formen una base de l'espai vectorial dels vectors del pla;
- trobeu els components del vector $\vec{w} = (-1, 5)$ en la base $\{\vec{u}, \vec{v}\}$.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

2004 - Sèrie 5 - Problema 6

Considereu les rectes

$$r: \frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2} \quad \text{i} \quad s: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = -1-4t \\ z = 5+t \end{cases}$$

- Estudieu la seva posició relativa.
- Trobeu l'equació del pla que conté s i és paral·lel a r .
- Calculeu la distància entre r i s .

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1,5 punts; apartat c) 1,5 punts. Total: 4 punts]

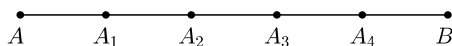
2005 - Sèrie 1 - Qüestió 3

Trobeu la distància entre la recta $r: \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{3}$ i el pla $\pi: 3x + 4y + 7 = 0$.

[2 punts]

2005 - Sèrie 1 - Qüestió 4

Un segment d'origen en el punt $A = (-1, 4, -2)$ i extrem en el punt B està dividit en cinc parts iguals mitjançant els punts de divisió A_1, A_2, A_3 i A_4 (vegeu la figura). Si sabem que $A_2 = (1, 0, 2)$, quines són les coordenades de B ?



[2 punts]

2005 - Sèrie 3 - Qüestió 2

Considereu els vectors de $\mathbb{R}^3$:

$$\vec{v}_1 = (-1, 3, 4), \vec{v}_2 = (2, -1, -3) \text{ i } \vec{v}_3 = (1, 2k + 1, k + 3)$$

- Trobeu l'únic valor de k per al qual aquests vectors no són una base de $\mathbb{R}^3$.
- Per a un valor de k diferent del que heu trobat en l'apartat a), quins són els components del vector $\vec{w} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$ en la base $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

2005 - Sèrie 3 - Qüestió 3

Trobeu la distància entre la recta $r: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{3}$ i el pla $\pi: 2x - 3y + 3z + 5 = 0$.

[2 punts]

2005 - Sèrie 3 - Qüestió 4

Donats els punts $A = (1, 0, 0)$ i $B = (0, 0, 1)$:

- Trobeu un punt C sobre la recta d'equació paramètrica
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$$
 que faci que el triangle ABC sigui rectangle en C .
- Trobeu l'àrea del triangle ABC .

[2 punts]

2005 - Sèrie 4 - Problema 6

Una piràmide de base quadrada té el vèrtex en el pla d'equació $z = 3$. Tres dels vèrtexs de la base són els punts del pla OXY : $A = (1, 0, 0)$, $B = (1, 1, 0)$ i $C = (0, 1, 0)$.

1. Feu un gràfic dels elements del problema. Quines són les coordenades del quart vèrtex de la base, D ?
2. Quin és el volum de la piràmide? $\left[\text{Volum} = \frac{\text{àrea base} \times \text{altura}}{3} \right]$
3. Si el vèrtex de la piràmide és el punt $V = (a, b, 3)$, quina és l'equació de la recta que conté l'altura sobre la base?

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts]

2006 - Sèrie 1 - Qüestió 1

Trobeu les coordenades dels punts situats sobre la recta d'equació $(x, y, z) = (-1, 1, 1) + t \cdot (1, 2, 1)$ que estan a distància 1 del pla $2x + 2y + z = 5$.

[2 punts]

2006 - Sèrie 1 - Problema 5

Una recta r passa pel punt $A = (3, 0, 2)$ i té la direcció del vector $(-1, 1, 4)$.

- a) Trobeu quin angle forma r amb el pla horitzontal.
- b) Comproveu que no passa pel punt $B = (1, 3, 10)$.
- c) Trobeu l'equació de la recta que passa per A i B .

[Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 1 punt; apartat c) 1,5 punts. Total: 4 punts]

2006 - Sèrie 3 - Qüestió 3

Determineu l'equació del pla perpendicular a la recta $r: \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x + z + 2 = 0 \end{cases}$ que passa pel punt $(1, 1, 2)$.

Quina distància hi ha d'aquest pla a l'origen de coordenades?

[2 punts]

2006 - Sèrie 3 - Problema 6

Considereu la recta $r: \begin{cases} 2x - 5y - z - 3 = 0 \\ x - 3y - z - 2 = 0 \end{cases}$ i el pla $p: 2x - y + az + 2 = 0$ on a és un paràmetre.

- Trobeu un vector director de la recta i un vector perpendicular al pla.
- Quin ha de ser el valor de a per tal que la recta i el pla siguin paral·lels?
- Esbrineu si existeixen valors de a per als quals la recta i el pla siguin perpendiculars. En cas afirmatiu, calculeu-los.
- Esbrineu si existeixen valors de a per als quals la recta i el pla formin un angle de 30° . En cas afirmatiu, calculeu-los.

[Puntuació: cada apartat val 1 punt. Total: 4 punts]

2006 - Sèrie 4 - Qüestió 3

Calculeu l'equació de la recta paral·lela a la recta $r: \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$ que passa pel punt $(0, 1, 0)$.

[2 punts]

2006 - Sèrie 4 - Qüestió 4

Determineu els extrems d'un segment AB sabent que el punt A pertany al pla $2x + y + z = 0$, el punt B pertany a la recta $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$ i el punt mitjà del segment és $(0, 0, 0)$.

[2 punts]

2006 - Sèrie 4 - Problema 6

Considereu el sistema d'equacions
$$\begin{cases} px + 7y + 8z = 1370 \\ x + y + z = 200 \\ 7x + py + 8z = 1395 \end{cases}$$

- Discutiu-lo en funció del paràmetre p .
- Doneu la interpretació geomètrica en els casos en què el sistema és incompatible.
- Resoleu el sistema per a $p = 6$.

[Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 1,5 punts; apartat c) 1 punt. Total: 4 punts]

2007 - Sèrie 1 - Qüestió 2

Considereu els punts de l'espai $P = (-1, a - 1, 3)$, $Q = (0, a - 2, 1 - a)$ i $R = (2, -1, 6 - 6a)$.

- Trobeu el valor de a per al qual els tres punts estan alineats.
- Quan els tres punts estan alineats, quina és l'equació de la recta que els conté?

[1 punt cada apartat]

2007 - Sèrie 1 - Qüestió 4

Trobeu l'equació de la recta continguda en el pla $\pi: x + 2y + 6z - 2 = 0$, que talla els eixos OY i OZ .

[2 punts]

2007 - Sèrie 1 - Problema 5

Considereu la recta d'equació $r: x = \frac{y - 2}{2} = \frac{z - 1}{2}$.

- Expresseu el quadrat de la distància d'un punt qualsevol (x, y, z) de la recta al punt $P = (1, 2, 5)$ com una funció de la coordenada x .
- Trobeu quin valor de x fa mínima aquesta funció, deduiu quin punt Q de la recta és el més proper a P i calculeu la distància del punt a la recta.
- Escriviu l'equació de la recta que passa per P i Q i comproveu que és perpendicular a r .

[1,5 punts l'apartat a; 1,5 punts l'apartat b; 1 punt l'apartat c]

2007 - Sèrie 1 - Problema 6

Discutiu el sistema següent
$$\begin{cases} x + 2y + z = 5 \\ 2x + py + 2z = 10 \\ px + 6y + 3z = 12 \end{cases}$$
 en funció del paràmetre p . Doneu la interpretació geomètrica del sistema en cada cas i resoleu-lo quan sigui compatible.

[4 punts]

2007 - Sèrie 2 - Qüestió 1

Trobeu l'equació del pla perpendicular a la recta $r: \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$ que passa per l'origen de coordenades.

[2 punts]

2007 - Sèrie 2 - Qüestió 4

Trobeu els punts de la recta $r: x - 1 = y + 2 = z$ que equidisten dels plans $\pi_1: 4x - 3z - 1 = 0$ i $\pi_2: 3x + 4y - 1 = 0$.

[2 punts]

2007 - Sèrie 2 - Problema 6

A l'espai es consideren els tres plans d'equacions: $\pi_1: x + 2y + z = 1$, $\pi_2: px + y + pz = 1$ i $\pi_3: px + y + 2z = 1$, on p és un paràmetre real.

- Esbrineu per a quins valors de p els tres plans es tallen en un únic punt. Trobeu aquest punt quan $p = 1$.
- Hi ha algun valor de p que faci que la intersecció comuna sigui una recta? Si és així, escriviu l'equació vectorial d'aquesta recta.
- Trobeu quina és la posició relativa dels tres plans quan $p = \frac{1}{2}$.

[2 punts l'apartat a, 1 punt l'apartat b, 1 punt l'apartat c]

2007 - Sèrie 3 - Qüestió 1

Trobeu les equacions dels plans paral·lels a $\pi: 2x - y + 2z = 3$ situats a 6 unitats de distància d'aquest.

[2 punts]

2007 - Sèrie 3 - Qüestió 2

Donada la matriu següent dependent d'un paràmetre m :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & m & 2m \\ m & 2 & 2+m \end{pmatrix}$$

- a) Estudieu-ne el rang segons els valors de m .
- b) Digueu quina és la posició relativa dels plans $\pi_1: x + y + 2z = 2$, $\pi_2: 2x + my + 2mz = 2 + m$ i $\pi_3: mx + 2y + (2 + m)z = 0$, segons els valors de m .

[1 punt cada apartat]

2007 - Sèrie 3 - Problema 5

Una recta r és paral·lela a la recta $s: x - 1 = y - 1 = z - 1$, talla en un punt A la recta $t: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = z + 1$, i en un punt B la recta $l: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{3}$.

- a) Trobeu l'equació del pla determinat per les rectes r i t .
- b) Trobeu el punt B calculant el punt d'intersecció del pla anterior amb la recta l .
- c) Trobeu l'equació de la recta r .
- d) Trobeu el punt A .

[1 punt cada apartat]

2008 - Sèrie 2 - Qüestió 4

Trobeu l'equació de la recta perpendicular al pla $\pi: 2x - y + z = 3$, que passa pel punt $(-1, 3, a)$ del pla.

[2 punts]

2008 - Sèrie 2 - Problema 6

Donades les rectes $r: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ i $s: \frac{x-1}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z+5}{3}$ i el punt $P = (1, 1, -1)$, volem trobar l'equació de la recta que passa per P i que talla r i s . Per aconseguir-ho:

- Trobeu l'equació general o cartesiana (és a dir, l'equació de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla π que conté la recta r i el punt P .
- Trobeu el punt M calculant el punt d'intersecció del pla π amb la recta s .
- Trobeu l'equació de la recta que passa pels punts P i M .
- Comproveu que la recta trobada en l'apartat anterior és la que busquem.

[1 punt per cada apartat]

2008 - Sèrie 4 - Qüestió 4

Donats el punt $P = (7, 5, 1)$, el pla $\pi: x - 2y - 3z = 10$ i la recta $r: \begin{cases} 3x - 2y + 2z = 7 \\ x - 6y - 2z = 5 \end{cases}$:

- Trobeu la distància del punt P al pla π .
- Trobeu la distància del punt P a la recta r .
- Trobeu la distància de la recta r al pla π .

[0,5 punts per l'apartat a; 1 punt per l'apartat b; 0,5 punts per l'apartat c]

2008 - Sèrie 4 - Problema 6

Les rectes $r_1: \frac{x-a}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{4}$ i $r_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y-b}{2} = \frac{z-4}{-1}$ són coplanàries (és a dir, estan incloses en un mateix pla).

- Expliqueu, raonadament, quina és la posició relativa d'aquestes rectes.
- Trobeu la relació que hi ha entre els paràmetres a i b .
- Trobeu els valors de a i b si el pla que les conté passa pel punt $P = (2, 4, 6)$.

[1,5 punts per l'apartat a; 1 punt per l'apartat b; 1,5 punts l'apartat c]

2008 - Sèrie 5 - Qüestió 4

Donats el pla $\pi: 3x - 2y + 5z = 6$ i la recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-3}$, busqueu el punt de tall, si existeix.

[2 punts]

2009 - Sèrie 1 - Qüestió 2

Considereu en l'espai $\mathbb{R}^3$ les rectes r i s , les equacions respectives de les quals són:

$$r: (x, y, z) = (4, 1, 0) + \lambda(m, 1, 1), \quad s: \begin{cases} x + 2y + mz = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

en què m és un paràmetre real. Estudieu si hi ha cap valor d'aquest paràmetre per al qual les rectes siguin perpendiculars i es tallin.

[2 punts]

2009 - Sèrie 1 - Qüestió 4

Donats els vectors $\vec{v}_1 = (a+1, 2a, 1)$, $\vec{v}_2 = (-2a, a, 2a)$ i $\vec{v}_3 = (a, -2, 4a-2)$ de $\mathbb{R}^3$:

- Calculeu l'angle que formen $\vec{v}_1$ i $\vec{v}_2$ quan $a = 0$.
- Trobeu el valor del paràmetre a perquè els vectors $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ i $\vec{v}_3$ siguin perpendiculars dos a dos.

[1 punt cada apartat]

2009 - Sèrie 1 - Problema 6

Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} x + 5y + z + a = 0 \\ (a-2)z + x + 2y - 1 = 0 \\ (a-1)y + (1-a)x + z + a + 2 = 0 \end{cases}$$

- Expliqueu, raonadament, si es tracta d'un sistema lineal homogeni.
- Construiu-ne la matriu de coeficients i la matriu ampliada.
- Trobeu els valors del paràmetre a per als quals el sistema no és compatible determinat, i estudieu el caràcter del sistema en cada un d'aquests casos.
- Resoleu-lo solament quan el conjunt de les seves solucions és una recta de $\mathbb{R}^3$.

[0,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b; 2 punts per l'apartat c; 1 punt per l'apartat d]

2009 - Sèrie 3 - Qüestió 4

Donats el pla $\pi: x + 2y - z = 0$ i el punt $P(3, 2, 1)$:

- a) Calculeu l'equació contínua de la recta r que passa per P i és perpendicular a π .
- b) Calculeu el punt simètric del punt P respecte del pla π .

[1 punt cada apartat]

2009 - Sèrie 3 - Problema 6

Siguin $P = (3 - 2a, b, -4)$, $Q = (a - 1, 2 + b, 0)$ i $R = (3, -2, -2)$ tres punts de l'espai $\mathbb{R}^3$.

- a) Calculeu el valor dels paràmetres a i b per als quals aquests tres punts estiguin alineats.
- b) Trobeu l'equació contínua de la recta que els conté quan estan alineats.
- c) Quan $b = 0$, trobeu els valors del paràmetre a perquè la distància entre els punts P i Q sigui la mateixa que la distància entre els punts P i R .
- d) Si $b = 0$, calculeu el valor del paràmetre a perquè els punts P , Q i R determinin un triangle equilàter.

[1 punt cada apartat]

2009 - Sèrie 4 - Qüestió 1

Donats el punt $P(1, 2, 3)$ i la recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{-1}$:

- a) Trobeu l'equació cartesiana (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla π que passa per P i és perpendicular a la recta r .
- b) Trobeu el punt de tall entre la recta r i el pla π .

[1 punt cada apartat]

2009 - Sèrie 4 - Problema 6

Siguin r i s dues rectes de l'espai les equacions respectives de les quals, que depenen d'un paràmetre real b , són les següents:

$$r: \begin{cases} bx + y + 3z = 1 \\ x + 2y + 5z = 1 \end{cases}, \quad s: \frac{x}{1} = \frac{y-b}{b+1} = \frac{z+1}{-1}$$

- Trobeu el punt de tall de la recta r amb el pla d'equació $x = 0$ i el punt de tall de la recta s amb aquest mateix pla.
- Calculeu un vector director per a cada una de les dues rectes.
- Estudieu la posició relativa de les dues rectes en funció del paràmetre b .

[1 punt per l'apartat a; 1 punt per l'apartat b; 2 punts per l'apartat c]

2010 - Sèrie 1 - Qüestió 1

Trobeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla que conté la recta $r_1: \frac{x-1}{2} = y = 2-z$ i és paral·lela a la recta $r_2: \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$.

[2 punts]

2010 - Sèrie 1 - Qüestió 4

Donades les rectes $r_1: \frac{x+5}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-4}$ i $r_2: \begin{cases} 2x + y + 2z + 5 = 0 \\ 2x - y + z + 11 = 0 \end{cases}$

- Comproveu que són paral·leles.
- Trobeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla que les conté.

[1 punt cada apartat]

2010 - Sèrie 2 - Qüestió 2

Donats el pla $\pi: 5x + y + 3z = 4$ i la recta $r: \begin{cases} ax - y = 2 \\ 2y + z = -3 \end{cases}$, estudeu-ne la posició relativa en funció del paràmetre a .

[2 punts]

2010 - Sèrie 2 - Qüestió 6

Considereu la recta $r: \frac{x+4}{-2} = \frac{y-1}{-1} = z-1$.

- a) Trobeu els dos punts, A i B , de la recta r que estan situats a una distància $d = \sqrt{6}$ del punt $P = (-1, 1, 2)$.
- b) Trobeu l'àrea del triangle de vèrtexs A , B i P .

[1 punt cada apartat]

2010 - Sèrie 4 - Qüestió 1

Donats el pla $\pi: x + 2y + 3z - 4 = 0$ i els punts $P = (3, 1, -2)$ i $Q = (0, 1, 2)$:

- a) Calculeu l'equació contínua de la recta perpendicular al pla π que passa pel punt P .
- b) Calculeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla perpendicular a π que passa pels punts P i Q .

[1 punt cada apartat]

2010 - Sèrie 4 - Qüestió 6

Siguin $\vec{u}_1 = (-1, 3, 2)$, $\vec{u}_2 = (2, -1, 4)$ i $\vec{u}_3 = (a+1, a-1, 4a+2)$ tres vectors de l'espai vectorial $\mathbb{R}^3$.

- a) Trobeu el valor del paràmetre a per al qual el vector $\vec{u}_3$ és combinació lineal dels vectors $\vec{u}_1$ i $\vec{u}_2$.
- b) Comproveu que per $a = 0$ el conjunt $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ és linealment independent.

[1 punt cada apartat]

2010 - Sèrie 5 - Qüestió 2

Donats el punt $P = (1, 0, -2)$ i la recta $r: \frac{x-5}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+3}{-3}$:

- a) Trobeu l'equació contínua de la recta que passa pel punt P i talla perpendicularment la recta r .
- b) Calculeu la distància del punt P a la recta r .

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

2010 - Sèrie 5 - Qüestió 5

Siguin r i s dues rectes d'equacions

$$r: (x, y, z) = (-4, 3, 4) + t(2, -1, 1), \quad s: x + 1 = \frac{y - 2}{-1} = \frac{z - a}{3}.$$

- Trobeu el valor del paràmetre a perquè aquestes rectes es tallin.
- En el cas en què es tallen, trobeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla que les conté.

[1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

2011 - Sèrie 1 - Qüestió 1

Donada la recta $r: \begin{cases} 2x - y + 3z = 2 \\ x + z + 1 = 0 \end{cases}$:

- Trobeu-ne un vector director.
- Calculeu l'equació contínua de la recta paral·lela a r que passa pel punt $P = (1, 0, -1)$.

[1 punt cada apartat]

2011 - Sèrie 1 - Qüestió 5

Siguin $r_1: x - 2 = \frac{y - 3}{2} = \frac{1 - z}{2}$ i $r_2: \frac{x + 5}{2} = y + 1 = \frac{z + 1}{2}$.

- Comproveu que r_1 i r_2 són perpendiculars.
- Comproveu que es tallen mitjançant la determinació del punt de tall.

[1 punt cada apartat]

2012 - Sèrie 2 - Qüestió 2

Donada la recta $\begin{cases} 2x - y + 3z = 2 \\ x + z + 1 = 0 \end{cases}$, calculeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla perpendicular a la recta que passa pel punt $P = (1, 0, -1)$.

[2 punts]

2011 - Sèrie 2 - Qüestió 5

Considereu la recta $r: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = z-a$ i el pla $\pi: 2x + y - 5z = 5$.

- a) Estudieu la posició relativa de la recta r i el pla π en funció del paràmetre a .
- b) Quan $a = 3$, calculeu la distància de la recta r al pla π .

[1 punt cada apartat]

2011 - Sèrie 4 - Qüestió 2

Donat el pla $\pi: 2x + y - 5z = 5$:

- a) Calculeu l'equació del pla paral·lel al pla π que passa pel punt $P = (1, 0, -1)$.
- b) Determineu també la distància entre el punt P i el pla π .

[1 punt cada apartat]

2011 - Sèrie 4 - Qüestió 5

Calculeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) dels plans que contenen la recta $r: \begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ i que formen un angle de 45° amb el pla $z = 0$.

[2 punts]

2012 - Sèrie 1 - Qüestió 1

Donats els plans $\pi_1: 3x + y - 2z + 15 = 0$ i $\pi_2: x + y + 2z - 103 = 0$,

- a) Comproveu que són perpendiculars.
- b) Calculeu l'equació cartesiana (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla perpendicular a π_1 i π_2 , que passa pel punt $P = (1, 3, 2)$.

[1 punt cada apartat]

2012 - Sèrie 1 - Qüestió 6

Siguin $\pi: x - 3y + 2z = 1$ i $r: \begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x - y + mz = 1 \end{cases}$. Estudieu-ne la posició relativa segons el valor del paràmetre m .

[2 punts]

2012 - Sèrie 3 - Qüestió 1

Digueu per a quin valor del paràmetre m els plans

$$\pi_1: x - y + mz = 1, \quad \pi_2: x - y + z = m \quad \text{i} \quad \pi_3: my + 2z = 3$$

tenen com a intersecció una recta.

[2 punts]

2012 - Sèrie 3 - Qüestió 3

Donats el pla $\pi: x - y + 2z - 5 = 0$ i la recta $r: \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + z = 10 \end{cases}$,

- Calculeu el punt d'intersecció entre el pla i la recta.
- Trobeu l'equació contínua de la recta s continguda en el pla π , que és perpendicular a la recta r i talla la recta r .

[1 punt cada apartat]

2012 - Sèrie 3 - Qüestió 6

Donats els punts $P = (1, 0, 0)$, $Q = (0, 2, 0)$, $R = (0, 0, 3)$ i $S = (1, 2, 3)$,

- Calculeu l'equació cartesiana (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla que conté els punts P , Q i R .
- Comproveu si els quatre punts són coplanaris (és a dir, si els quatre estan continguts en un mateix pla).

[1 punt cada apartat]

2012 - Sèrie 4 - Qüestió 5

Considereu les rectes de l'espai següents:

$$r: \frac{x+1}{2} = y-1 = \frac{z-1}{-1}, \quad s: \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$$

- a) Comproveu que són secants.
- b) Calculeu l'equació contínua de la recta que les talla i que és perpendicular a totes dues.

[1 punt cada apartat]

2013 - Sèrie 1 - Qüestió 1

Sigui $V = \{(-1, 1, 1), (-2, -1, 0), (1, 2, a)\}$ un conjunt de vectors de $\mathbb{R}^3$.

- a) Trobeu el valor o els valors de a perquè V sigui linealment dependent.
- b) Quan $a = 4$, expresseu el vector $\vec{v} = (3, 9, 14)$ com a combinació lineal dels vectors de V .

[1 punt cada apartat]

2013 - Sèrie 1 - Qüestió 3

Donats el pla $\pi: x + 2y - z = 3$ i la recta $r: \frac{x-1}{2} = y = \frac{z+m}{4}$,

- a) Comproveu que el vector característic (o normal) de π i el vector director de r són perpendiculars.
- b) Estudieu la posició relativa de π i r en funció del paràmetre m .

[1 punt cada apartat]

2013 - Sèrie 1 - Qüestió 5

Donats el pla $\pi: 2x - y + 3z - 8 = 0$ i el punt $P = (6, -3, 7)$,

- a) Trobeu l'equació contínua de la recta que passa per P i és perpendicular a π .
- b) Trobeu el punt del pla π que està més proper al punt P .

[1 punt cada apartat]

2013 - Sèrie 3 - Qüestió 1

Sigui $\pi: 3x - 2y + z = 10$.

- Trobeu l'equació contínua de la recta r perpendicular a π que passa pel punt $P = (-1, 3, 2)$.
- Trobeu també l'equació cartesiana (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla π_1 paral·lel a π que passa pel mateix punt P .

[1 punt cada apartat]

2013 - Sèrie 3 - Qüestió 4

Un triangle d'àrea $3/2$ té dos dels vèrtexs als punts $P = (0, 0, 0)$ i $Q = (2, 0, 1)$. El tercer vèrtex, R , és un punt de la recta

$$r: \begin{cases} x + y + z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

i té la primera coordenada no nul·la. Calculeu les coordenades del vèrtex R .

[2 punts]

2013 - Sèrie 4 - Qüestió 5

Donats els punts $P = (1, 0, -1)$ i $Q = (-1, 2, 3)$, trobeu un punt R de la recta $r: \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-3}{-1}$ que compleixi que el triangle de vèrtexs P , Q i R és isòsceles, en què $\overline{PQ}$ i $\overline{QR}$ són els costats iguals del triangle.

[2 punts]

2013 - Sèrie 5 - Qüestió 1

Siguin π_1 el pla $2x + 3y - z = 4$ i π_2 el pla $x - 2y - 4z = 10$.

- Comproveu que els plans π_1 i π_2 són perpendiculars.
- Trobeu l'equació contínua de la recta paral·lela als plans π_1 i π_2 i que passa pel punt $P = (-1, 3, 2)$.

[1 punt cada apartat]

2013 - Sèrie 5 - Qüestió 3

Donats els punts $P = (1, -1, 2)$, $Q = (2, 0, 1)$ i $R = (3, 2, -1)$,

- Trobeu l'equació cartesiana (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla que determinen.
- Trobeu un punt S pertanyent a la recta $r: \frac{x-5}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{-3}$, de manera que el tetraedre de vèrtexs P, Q, R i S tingui un volum igual a $1/2$.

[1 punt cada apartat]

2013 - Sèrie 5 - Qüestió 5

Considereu els punts $A = (-1, 2, 4)$ i $B = (3, 0, -2)$.

- Trobeu l'equació del pla format per tots els punts que equidisten de A i B .
- Donat un punt $C = (x, y, z)$, dividim el segment $\overline{AC}$ en tres parts iguals i obtenim els punts A_1, B i C . Trobeu el punt C .

[1 punt cada apartat]

2014 - Sèrie 3 - Qüestió 2

Considereu el punt $A = (1, 2, 3)$.

- Calculeu el punt simètric del punt A respecte de la recta d'equació

$$r: (x, y, z) = (3 + \lambda, 1, 3 - \lambda)$$

- Calculeu el punt simètric del punt A respecte del pla que té per equació

$$\pi: x + y + z = 3$$

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2014 - Sèrie 3 - Qüestió 5

Siguin r i s les rectes de $\mathbb{R}^3$ d'equacions $r: \frac{x-2}{3} = y = \frac{z+1}{4}$ i $s: (x, y, z) = (1+2\alpha, 3-\alpha, 4+3\alpha)$, amb $\alpha \in \mathbb{R}$.

- Comproveu que els punts mitjans dels segments que tenen un extrem situat sobre la recta r i l'altre extrem situat sobre la recta s formen un pla.
- Trobeu l'equació general (és a dir, que té la forma $Ax + By + Cz = D$) del pla de l'apartat anterior.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2014 - Sèrie 4 - Qüestió 3

Siguin els punts $P = (1, 1, 0)$, $Q = (1, 0, 1)$ i $R = (0, 1, 1)$ i el pla $\pi: x + y + z = 4$.

- Trobeu l'equació general (és a dir, que té la forma $Ax + By + Cz = D$) del pla que passa pels punts P , Q i R .
- Si S és un punt de π , comproveu que el volum del tetraedre de vèrtexs P , Q , R i S no depèn del punt S .

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2014 - Sèrie 4 - Qüestió 4

Donats els plans $\pi_1: x - 4y + z = 2m - 1$ i $\pi_2: 2x - (2m + 2)y + 2z = 3m + 1$,

- Determineu els valors de m perquè els plans π_1 i π_2 s'intersequin en una recta i calculeu un vector director de la recta resultant que no depengui de m .
- Sigui el pla $\pi: 3x - 2y + 3z = 8$. Estudieu la posició relativa del pla π amb la recta r definida per la intersecció dels plans π_1 i π_2 quan $m = 1$.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2014 - Sèrie 5 - Qüestió 1

Siguin r i s les rectes de $\mathbb{R}^3$ que tenen les equacions següents:

$$r: x + 5 = y - 5 = \frac{z - 3}{2} \text{ i } s: \frac{x - 3}{2} = \frac{y - 2}{3} = \frac{z + 1}{-1}$$

- Estudieu el paral·lelisme i la perpendicularitat entre les rectes r i s .
- Trobeu l'equació general (és a dir, que té la forma $Ax + By + Cz = D$) del pla π que conté la recta r i és paral·lel a la recta s . Calculeu la distància entre la recta s i el pla π obtingut.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2014 - Sèrie 5 - Qüestió 5

Donats els vectors $\mathbf{u} = (2, -1, 0)$, $\mathbf{v} = (-1, 3, 4)$ i $\mathbf{w} = (0, 3a - 1, 4a)$,

- Calculeu els valors del paràmetre a perquè els vectors $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ i $\mathbf{w}$ siguin linealment dependents.
- Calculeu els valors del paràmetre a perquè un tetraedre d'arestes $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ i $\mathbf{w}$ tingui un volum de $2/3$ d'unitats cúbiques.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2015 - Sèrie 2 - Qüestió 2

Sigui r la recta de l'espai que té per equació $r: \frac{x - 1}{2} = \frac{y + 3}{-1} = z$ i sigui P el punt de coordenades $(6, 0, -1)$.

- Trobeu l'equació cartesiana (és a dir, que té la forma $Ax + By + Cz = D$) del pla que passa pel punt P i talla perpendicularment la recta r .
- Trobeu l'equació paramètrica del pla que passa pel punt P i conté la recta r .

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2015 - Sèrie 2 - Qüestió 4

Considereu a $\mathbb{R}^3$ la recta que té per equació $r: (x, y, z) = (-4 + 2\lambda, -2, 1 - \lambda)$ i els plans π_1 i π_2 d'equacions $\pi_1: x + 2y + 2z = -1$ i $\pi_2: x - 2y + 2z = -3$, respectivament.

- Determineu la posició relativa de π_1 i π_2 .
- Comproveu que tots els punts de la recta r estan situats a la mateixa distància dels plans π_1 i π_2 .

NOTA: Podeu calcular la distància d'un punt de coordenades (x_0, y_0, z_0) al pla d'equació $Ax + By + Cz + D = 0$ amb l'expressió $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2015 - Sèrie 4 - Qüestió 3

Siguin el punt $P = (2, 0, 2)$ i el pla π d'equació $x - y + z = 1$.

- Calculeu l'equació paramètrica de la recta que passa pel punt P i és perpendicular al pla π .
- Calculeu la distància del punt P al pla π .

NOTA: Podeu calcular la distància d'un punt de coordenades (x_0, y_0, z_0) al pla d'equació $Ax + By + Cz + D = 0$ amb l'expressió $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2015 - Sèrie 4 - Qüestió 6

Siguin a $\mathbb{R}^3$ el punt $P = (2, 3, 3)$ i la recta $r: (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(1, 1, 1)$.

- Calculeu l'equació paramètrica del pla que passa pel punt P i conté la recta r .
- Calculeu l'equació cartesiana (és a dir, que té la forma $Ax + By + Cz = D$) del pla que passa pel punt P i és perpendicular a la recta r .

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2015 - Sèrie 5 - Qüestió 2

A l'espai tridimensional considereu la recta $r: (x, y, z) = (3 + 2\alpha, -\alpha, 3 - \alpha)$ i els plans $\pi_1: x + 2y + 2z = -1$ i $\pi_2: (x, y, z) = (2 + \lambda, 1 - \lambda + \mu, \mu)$

- Calculeu l'equació cartesiana (és a dir, que té la forma $Ax + By + Cz = D$) del pla π_2 .
- Trobeu els dos punts de la recta r que equidisten dels plans π_1 i π_2 .

NOTA: Podeu calcular la distància d'un punt de coordenades (x_0, y_0, z_0) al pla d'equació $Ax + By + Cz + D = 0$ amb l'expressió $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

[2 punts. 1 punt cada apartat]

2015 - Sèrie 5 - Qüestió 4

Siguin els plans de $\mathbb{R}^3$ $\pi_1: -y + z = 2$, $\pi_2: -2x + y + z = 1$ i $\pi_3: 2x - 2z = -1$.

- Calculeu la posició relativa dels tres plans.
- Comproveu que el pla π_3 és paral·lel a la recta definida per la intersecció dels plans π_1 i π_2 .

[2 punts. 1 punt cada apartat]